

Programme pancanadien d'évaluation (PPCE)

Cadre d'évaluation en mathématiques



cmeC

Conseil des
ministres
de l'Éducation
(Canada)

Council of
Ministers
of Education
Canada

Table des matières

Introduction.....	1
Qu'est-ce que le PPCE?	1
Cadre des mathématiques du PPCE	1
Élaboration du cadre des mathématiques du PPCE – Théorie et hypothèses	1
Hypothèses relatives au domaine.....	2
Hypothèses de l'évaluation.....	2
Évaluation à grande échelle en mathématiques	2
Programme d'indicateurs du rendement scolaire (PIRS)	3
Programme international pour le suivi des acquis des élèves (PISA).....	3
Tendances de l'enquête internationale sur les mathématiques et les sciences (TEIMS).....	3
Mathématiques au sein des instances.....	4
Normes du conseil national des enseignantes et enseignants de mathématiques (NCTM)	4
Définition pratique des mathématiques.....	4
Portée, limites et visée de l'évaluation.....	6
Conception de l'évaluation.....	7
Conception générale de l'évaluation	7
Caractéristiques des tâches	7
Formes et types de questions et d'items recommandés.....	8
Questions à réponse choisie	8
Questions à réponse construite.....	8
Considérations particulières	9
Normes d'évaluation.....	9
Éléments mesurés par l'évaluation.....	10
Connaissances des concepts et des processus spécifiquement évalués.....	10
Nombres et opérations.....	10
Géométrie et mesure.....	11
Régularités et relations.....	11
Gestion des données et probabilités.....	12
Résolution de problèmes.....	13
Raisonnement et preuve	13
Communication.....	14
Établissement de liens	14
Représentation	14
Catégories cognitives.....	14
Spécifications de l'évaluation	17
Répartition des types d'items	17
Sous-domaines	17
Niveau cognitif	17
Présentation des résultats de l'évaluation en mathématiques.....	17
Présentation sur des échelles de rendement	18
Analyse secondaire	18
Glossaire.....	20
Références.....	22

Introduction

Qu'est-ce que le PPCE?

Le Programme pancanadien d'évaluation (PPCE) donne suite à l'engagement du CMEC, à savoir renseigner la population canadienne sur la façon dont les systèmes d'éducation répondent aux besoins des élèves et de la société. L'information recueillie grâce à cette évaluation pancanadienne donne aux ministres de l'Éducation un point de départ leur permettant de passer en revue les programmes d'études et autres aspects de leur système d'éducation.

Les programmes scolaires diffèrent d'une instance à une autre au pays, de sorte qu'il est difficile d'en comparer les résultats. Toutefois, les jeunes Canadiennes et Canadiens acquièrent tous des habiletés similaires en mathématiques, en lecture et en sciences. Le PPCE a été conçu pour déterminer si les élèves de tout le Canada atteignent un niveau de rendement similaire dans ces matières de base à un âge à peu près identique. Il complète les évaluations effectuées actuellement dans chaque instance et leur des données comparatives à l'échelle pancanadienne sur les niveaux atteints par les élèves de 8^e année¹ de tout le pays.

Le PPCE, qui remplace une évaluation précédente appelée Programme d'indicateurs du rendement scolaire (PIRS), est coordonné par le CMEC.

Cadre des mathématiques du PPCE

L'élaboration d'une nouvelle évaluation pancanadienne en mathématiques vient du souhait des instances de rassembler des renseignements leur permettant d'examiner de façon critique leurs programmes d'études en mathématiques à la lumière des résultats d'évaluations pancanadiennes et internationales.

Élaboration du cadre des mathématiques du PPCE – Théorie et hypothèses

L'élaboration du cadre des mathématiques du PPCE est fondée sur l'étude documentaire des évaluations et de la conception des tests en mathématiques (CMEC, 2005) ainsi que sur les éléments communs des programmes d'études pancanadiens². La préparation de ce cadre tient compte de deux types d'hypothèses : celles qui concernent l'apprentissage du domaine évalué (dans ce cas, les mathématiques) et celles concernant l'évaluation elle-même.

¹ Dans tout le document, il faut interpréter la 8^e année comme étant la deuxième année du secondaire au Québec.

² Les sites Web officiels des instances présentent les programmes actuels d'apprentissage en mathématiques.

Hypothèses relatives au domaine

- L'apprentissage des mathématiques est un processus par lequel les élèves établissent des liens entre les concepts et les processus appris et les approfondissent afin que leur compréhension et leurs connaissances progressent et se raffinent, tout comme leur aptitude à appliquer les mathématiques qu'ils ont apprises.
- Les élèves apprennent des concepts et des processus plus complexes en établissant des liens avec des connaissances acquises par l'expérience.
- Un programme d'études en mathématiques bien articulé place les concepts et les processus dans un continuum. La maîtrise de ces concepts et processus par les élèves et le degré de développement des compétences seront également placés dans un continuum.
- Bien que le domaine soit divisé en sous-domaines distincts (volets du programme d'études), les éléments de contenu des sous-domaines sont souvent étroitement liés et interdépendants, tout comme les concepts et les processus connexes. L'évaluation de certains éléments de contenu et des concepts et processus connexes ne peut pas être effectuée de façon isolée.

Hypothèses de l'évaluation

- Bien que l'évaluation soit effectuée auprès des élèves de 8^e année, elle porte aussi sur les concepts et les processus appris avant.
- L'évaluation sera effectuée dans toutes les instances.
- Le PPCE n'évalue pas les élèves, mais plutôt les programmes.
- Les instances souhaitent obtenir suffisamment d'information sur le domaine pour déterminer de façon fiable les forces et les faiblesses de leurs programmes.

Évaluation à grande échelle en mathématiques

Le cadre d'évaluation en mathématiques est fondé sur trois évaluations principales en mathématiques, à savoir, le PIRS, le Programme international pour le suivi des acquis des élèves (PISA) et les Tendances de l'enquête internationale sur les mathématiques et les sciences (TEIMS).

Il est étroitement aligné sur les programmes d'études respectifs des instances, qui se basent généralement sur les normes du *National Council of Teachers of Mathematics* – NCTM (conseil national des enseignantes et enseignants de mathématiques) présentées dans les documents *Principles and Standards for School Mathematics* (principes et normes relatives aux mathématiques scolaires) [NCTM, 2000] et *Curriculum Focal Points for Pre-kindergarten through Grade 8 Mathematics* (points d'intérêts des programmes d'études en mathématiques de la prématernelle à la 8^e année) [NCTM, 2006].

Programme d'indicateurs du rendement scolaire (PIRS)

Le volet mathématique du PIRS a été conçu pour évaluer le niveau atteint par les élèves de 13 et de 16 ans au regard des nombres et des opérations, de l'algèbre et des fonctions, de la mesure et de la géométrie, de la gestion de données et des statistiques ainsi que de la résolution de problèmes. Le PIRS, en revanche, faisait état du rendement général des élèves en mathématiques (CMEC, 2002).

Programme international pour le suivi des acquis des élèves (PISA)

Le PISA évalue les connaissances en mathématiques des élèves de 15 ans. Cette culture mathématique est définie de manière générale comme « l'aptitude d'un individu à identifier et à comprendre les divers rôles joués par les mathématiques dans le monde, à porter des jugements fondés à leur propos, et à s'engager dans des activités mathématiques, en fonction des exigences de sa vie en tant que citoyen constructif, impliqué et réfléchi » (OCDE, 2003 p. 17). Le PISA fait état du rendement général des élèves en mathématiques et produit des échelles pour les catégories « espace et formes », « variations et relations », « quantité » et « incertitude ».

Tendances de l'enquête internationale sur les mathématiques et les sciences (TEIMS)

Le cadre d'évaluation en mathématique de TEIMS est construit autour du contenu mathématique et des processus cognitifs. Les nombres, l'algèbre, les mesures, la géométrie et les données sont les cinq sous-domaines couverts par l'évaluation. Les quatre domaines cognitifs évalués sont la connaissance des faits et des procédures, l'utilisation de concepts, la résolution de problèmes communs et le raisonnement. Ces sous-domaines et processus cognitifs mesurent l'aptitude des élèves à faire appel à leur connaissance mathématique et à des habiletés efficaces et exactes en calcul; à établir des liens entre des faits mathématiques pour faire des projections allant au-delà de leurs connaissances actuelles; à utiliser les mathématiques pour résoudre des problèmes inspirés de situations familières; et à appliquer un raisonnement logique et systématique à des situations inconnues. TEIMS fait état du rendement général des élèves en mathématiques ainsi que dans chacun des sous-domaines et chacun des domaines cognitifs. Au Canada, TEIMS évalue le rendement en mathématiques et en sciences des élèves de 4^e année âgés de 9 ans et des élèves de 8^e année âgés de 13 ans.

Mathématiques au sein des instances

Les programmes d'études de mathématiques des diverses instances au Canada s'articulent autour de plusieurs domaines de contenu (appelés « sous-domaines » dans le cadre d'évaluation en mathématiques du PPCE), qui spécifient les connaissances des concepts et des processus que les élèves devraient maîtriser dans cette matière scolaire. Ils offrent les bases complètes permettant à tous les élèves de raisonner et de communiquer de façon mathématique ainsi que d'utiliser efficacement les connaissances et les aptitudes en mathématiques dans le cadre d'études postsecondaires, au travail et dans la vie de tous les jours. Le contenu englobe généralement les domaines suivants : nombres et opérations; régularités et relations; formes et espace; gestion des données et probabilités.

Chaque instance définit les processus mathématiques jugés essentiels à une étude efficace de cette matière. Ces processus comprennent généralement la résolution de problèmes, le raisonnement, l'établissement de liens dans la discipline et en dehors de celle-ci, la représentation et la communication. Ils reflètent la façon dont les élèves acquièrent et appliquent leurs habiletés et connaissances en mathématiques et sont étroitement liés dans l'ensemble des domaines de contenu.

Normes du conseil national des enseignantes et enseignants de mathématiques (NCTM)

De nombreuses instances fondent l'élaboration de leurs programmes de mathématiques sur les documents *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000) et *Curriculum Focal Points for Prekindergarten through Grade 8 Mathematics* (NCTM, 2006). Le NCTM présente 10 normes : cinq qui ont trait au contenu et cinq autres qui ont trait aux processus. Les normes de contenu sont les suivantes : nombres et opérations, algèbre, géométrie, mesures et analyse de données. Les cinq normes de processus concernent la résolution de problèmes, le raisonnement et la preuve, la communication, l'établissement de liens et la représentation. Chaque instance définit ensuite les mathématiques par rapport aux besoins de sa population et à la philosophie de son ministère.

Définition pratique des mathématiques

Les mathématiques peuvent être définies de différentes façons. Selon le *Report on the Expert Panel on Student Success in Ontario* (rapport du groupe d'experts pour la réussite des élèves) [ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2004], les mathématiques sont une entreprise humaine fondamentale qui permet aux individus de décrire, d'analyser et de comprendre le monde dans lequel ils vivent (ministère de l'Éducation de l'Ontario, 2004, p. 9). La plupart des dictionnaires définissent les mathématiques comme l'étude des mesures, des propriétés et des relations de quantité et d'ensembles, à l'aide de nombres et de symboles (*The Free Dictionary*) ou comme la science abstraite des

nombres, de la quantité et de l'espace étudiée indépendamment ou appliquée à d'autres disciplines comme la physique ou le génie (*Concise Oxford Dictionary of Current English*, 1990). La publication *Everybody Counts* (tout le monde compte) [National Research Council, 1989], décrit les mathématiques comme la science de la régularité et de l'ordre. Cette définition très simple remet en question la perception commune d'une discipline dominée par des calculs et des règles sans rime ni raison et fait penser plutôt à une science des choses ayant une régularité et un ordre logique. Les mathématiques consistent à trouver et à explorer cette régularité ou cet ordre et à lui conférer un sens (Van de Walle, 2004).

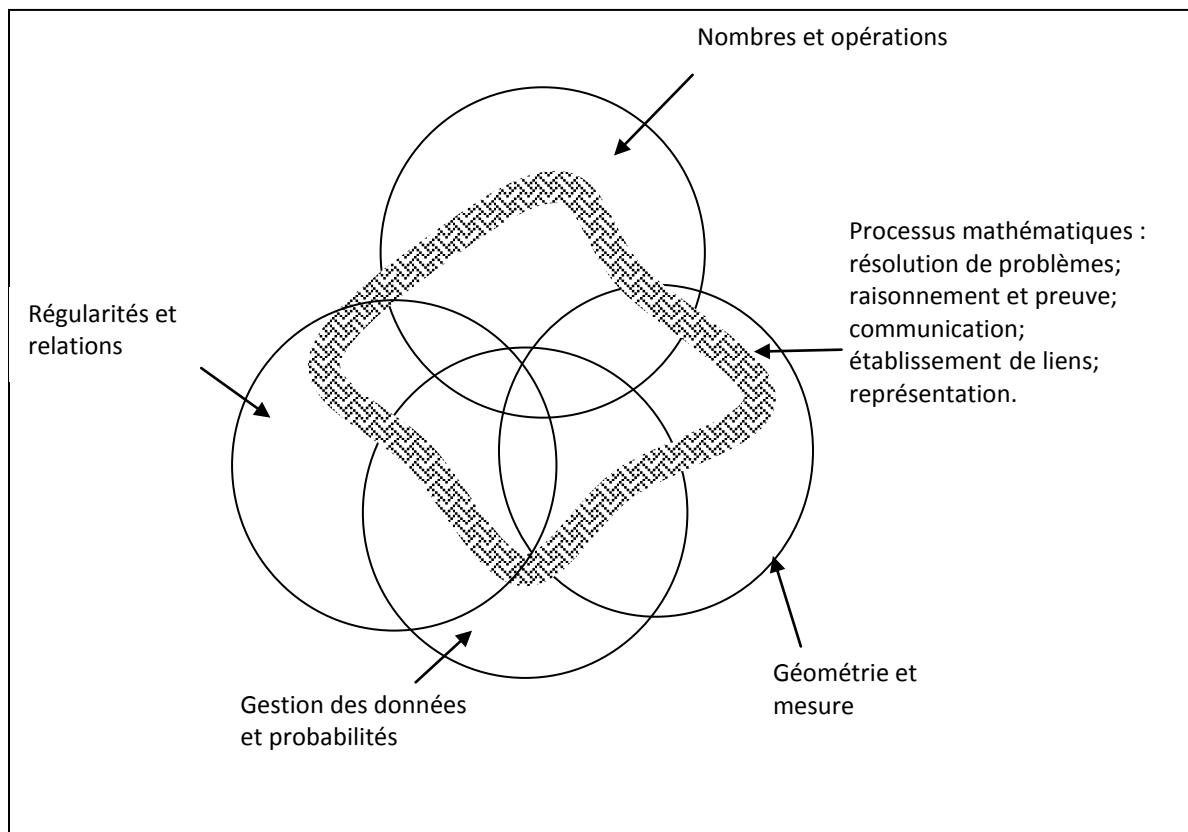
Pour les besoins du PPCE, les mathématiques sont définies de manière générale comme l'étude des régularités et des relations et comme une discipline faisant intervenir une compréhension conceptuelle et la connaissance des processus. Le domaine est divisé en quatre volets ou sous-domaines décrits ci-dessous :

- nombres et opérations (propriétés, représentations d'équivalence et ampleur);
- géométrie et mesure (propriété des figures en deux dimensions et des formes en trois dimensions, position relative, transformations et mesures);
- régularités et relations (régularités, équations et expressions algébriques, rapports linéaires);
- gestion des données et probabilités (collecte et analyse des données, probabilité expérimentale et théorique).

Ces sous-domaines impliquent l'application de cinq processus :

- résolution de problèmes;
- raisonnement et preuve;
- communication;
- établissement de liens;
- représentation.

Un sous-domaine est un regroupement traditionnel de connaissances des concepts et des processus décrits dans le présent cadre, et les processus se retrouvent dans tous les sous-domaines. Comme le montre le diagramme ci-dessous, certains concepts et processus des sous-domaines se recoupent, alors que les processus sont intégrés à tous les sous-domaines.



Portée, limites et visée de l'évaluation

Cette évaluation vise à fournir aux instances les données nécessaires à l'élaboration de politiques d'éducation. Elle n'est pas conçue pour déterminer les points forts ou faibles d'élèves, d'écoles, de districts ou de régions en particulier. Elle peut servir de modèles aux évaluations à grande échelle des instances.

Il a été déterminé qu'à partir de 2010, les évaluations du PPCE seraient administrées en 8^e année et, dans la mesure du possible, des classes complètes ont été choisies afin de ne pas trop perturber les classes et les écoles. Seuls sont évalués les concepts et les processus présentés et utilisés dans les cours de la plupart des élèves de 8^e année au Canada. Bien que fondée sur les programmes enseignés aux élèves de 8^e année, l'évaluation en mathématiques ne couvre pas de façon exhaustive tous les concepts et tous les processus qu'une ou un élève de cet âge est censé avoir acquis selon un système en particulier.

L'évaluation produira des données à l'échelle des instances et, pour les instances qui suréchantillonnent leurs populations anglophones et francophones, à l'échelle de chacun des deux groupes linguistiques.

Conception de l'évaluation

Conception générale de l'évaluation

Pour établir suffisamment de points de données en vue d'une analyse secondaire, l'évaluation en mathématiques du PPCE sera organisée en huit groupes ou blocs d'items/questions. TEIMS est organisée en 14 blocs de mathématiques répartis en sept cahiers évaluant les connaissances et habiletés mathématiques des élèves de 8^e année. Le PISA compte neuf blocs de mathématiques en 13 cahiers lorsqu'il s'agit du domaine principal et cinq blocs en 13 cahiers lorsqu'il s'agit du domaine secondaire.

Chaque bloc de mathématiques du PPCE sera composé d'items couvrant les quatre sous-domaines et les cinq processus. Ces blocs seront conçus de façon à ce l'élève puisse répondre en 30 minutes environ à tous les items de chaque bloc. Les blocs pourront contenir des items à réponse choisie, des items à courtes réponse construite plus ou moins longue. Le nombre d'items par bloc pourra varier légèrement en fonction de la distribution des types d'items dans le bloc. Chaque bloc contiendra plus d'un type d'items.

Lorsque les mathématiques seront le domaine principal, les élèves répondront à deux des huit blocs d'items, les items communs étant repartis en entre les paires de blocs. Lorsque les mathématiques seront un des domaines secondaires, des concepts et des processus mathématiques couvrant tous les domaines, par exemple, la proportionnalité, seront choisis comme axe principal de l'évaluation. Il n'est pas nécessaire en effet de sonder la totalité des huit blocs pour faire état des mathématiques en général. Certains items seront communs à tous les blocs de façon à permettre d'estimer précisément le rendement des élèves au regard des items d'autres blocs.

L'évaluation sera accessible à tous les élèves participants; par conséquent, le niveau de lecture et de vocabulaire utilisé pour l'évaluation correspondra au niveau attendu d'un élève de 8^e année au Canada. De plus, les renseignements sur les items seront représentés de diverses façons (p. ex., au moyen de graphiques, de tableaux, de symboles). La version anglaise de l'évaluation sera équivalente à la version française.

Caractéristiques des tâches

Des items seront élaborés de façon à évaluer divers concepts et processus enseignés en mathématiques et, surtout, ceux qui sont pertinents dans le contexte des blocs de l'évaluation. Un bloc d'items peut inclure des items des quatre sous-domaines. Chaque bloc comprendra des items relatifs à la résolution de problèmes, à la communication, à la représentation, au raisonnement et à la preuve de même qu'à l'établissement de liens et touchant tous les sous-domaines.

Toute évaluation à grande échelle à faible enjeu doit tenir compte de la motivation et de l'engagement des élèves et l'un des moyens de le faire est souvent la contextualisation des items. Les contextes doivent être tirés de situations raisonnables et appropriées, pertinentes à la vie des élèves de 8^e année. Ces mises en situation peuvent être inspirées de la vie personnelle des élèves et avoir trait à l'école, aux sports, aux loisirs, aux événements médiatisés ou, de façon plus générale, à la communauté ou à la société. Elles doivent également tenir compte des différences linguistiques et culturelles. Elles sont présentées sous forme d'un court texte narratif, assorti au besoin de photos, de tableaux, de graphiques et de diagrammes. La production des mises en situation sera effectuée en étroite collaboration par les trois équipes d'élaboration du PPCE (lecture, sciences et mathématiques) de façon à ce que la plupart soient communes aux trois domaines. Dans toute évaluation, bien que les mises en situation puissent être artificielles et visent à reproduire le monde hors de la salle de classe, elles doivent, dans les faits, s'aligner avec les concepts mathématiques importants de l'évaluation. Certains items susciteront l'intérêt des élèves sans aucune mise en situation particulière.

Formes et types de questions et d'items recommandés

Questions à réponse choisie

Les items à réponse choisie (RC) proposent différentes réponses parmi lesquelles les élèves doivent choisir la bonne. Ce sont donc des questions à choix multiple, avec des cases à cocher, des réponses à encercler, des énoncés auxquels il faut répondre par vrai ou faux, par oui ou non et par des traits à tracer pour relier des mots et des énoncés.

Les items à choix multiple sont formés à partir d'un énoncé de base ou amorce assortie de quatre propositions de réponse. L'amorce doit être claire, et la formulation doit permettre aux élèves de comprendre exactement ce qui leur est demandé relativement à la mise en situation qui précède les items de l'évaluation. Les choix de réponse sont indépendants l'un de l'autre et leur longueur est relativement égale. Les leurres sont plausibles et inspirés de préférence d'erreurs et de méprises communes, ceci pour permettre une seconde analyse et cerner les motifs de préoccupation.

Questions à réponse construite

Ces items appellent des réponses allant de simples mots ou syntagmes à des réponses construites et complètes de deux ou trois phrases. Pour les mathématiques, ces réponses peuvent également comprendre des symboles, des nombres, des graphiques, des diagrammes et des calculs. Des items appelant une réponse d'une à trois lignes seront utilisés pour mesurer les habiletés cognitives, la connaissance du contenu et les processus comme le raisonnement et la communication qui ne peuvent pas être mesurés aussi efficacement à l'aide d'items à réponse choisie.

Une codification à deux chiffres peut être utilisée avec les items à réponse construite pour recueillir de l'information sur les processus et les stratégies utilisés par les élèves pour résoudre des problèmes. Cette information supplémentaire est importante en ce qu'elle permet de cerner et de corriger les méprises et les mauvaises interprétations que font les élèves au cours de l'apprentissage des mathématiques.

Considérations particulières

- a) *Usage de la calculatrice* : Cette évaluation n'est pas axée sur les aptitudes en calcul des élèves, mais sur leurs aptitudes à choisir l'opération adéquate, à démontrer leur compréhension et à évaluer la pertinence de leurs réponses dans une situation donnée. Toutes et tous les élèves devraient donc être autorisés à utiliser une calculatrice, de préférence celle qu'ils utilisent normalement en classe de mathématiques. La décision d'utiliser ou non une calculatrice revient à l'élève. Ceci ne devrait avoir aucune conséquence sur le rendement à l'évaluation, mais l'élaboration des items devra en tenir compte.
- b) *Usage de l'ordinateur* : L'usage de l'ordinateur ne sera pas permis pour cette évaluation. Bien que l'ordinateur soit courant dans toutes les écoles canadiennes, la grande différence entre les types d'ordinateurs disponibles, leur utilisation en tant qu'outil pédagogique et la familiarité des élèves avec les logiciels peuvent compromettre la fiabilité de l'évaluation si leur usage est permis.
- c) *Usage de matériel de manipulation* : L'utilisation de matériel de manipulation (objets réels) en tant qu'outils pédagogiques est encouragée par toutes les instances et devrait être appliquée dans toutes les écoles. Ces outils aident les élèves à mieux comprendre les concepts au passage de la représentation concrète à une représentation plus abstraite. L'évaluation sera conçue de façon à ce qu'aucun outil de manipulation ne soit nécessaire ou fourni pour l'exécution des tâches, mais leur usage sera permis si l'élève en fait la demande. Les élèves devront se limiter à ce qui est généralement disponible en classe de mathématiques.

Normes d'évaluation

Les normes d'évaluation seront élaborées une fois les items d'évaluation élaborés et mis à l'essai. Ceci étant dit, la plupart des programmes de mathématiques sont conçus pour permettre à un nombre maximal d'élèves de se situer au niveau de cognition moyen et élevé. Par conséquent, on s'attend à ce que la plupart des élèves de 8^e année se classent à ces niveaux.

Éléments mesurés par l'évaluation

Connaissances des concepts et des processus spécifiquement évalués

Nombres et opérations

L'élève démontre qu'elle ou il peut faire ce qui suit :

- démontrer et comprendre la relation inverse entre carrés parfaits et racines carrées, multiplication et division, addition et soustraction;
- trouver la racine carrée exacte de nombres qui sont des carrés parfaits et la racine carrée approximative de nombres qui n'en sont pas;
- démontrer, comprendre et trouver les facteurs de nombres inférieurs à 100;
- trouver les facteurs premiers de nombres composés et les utiliser pour trouver le plus petit commun multiple de nombres inférieurs à 100;
- ordonner et comparer des fractions positives et des décimales positives et négatives;
- générer des expressions équivalentes sous forme de pourcentages, de fractions et de décimales;
- représenter des nombres rationnels dans des diagrammes ou sur un axe numérique;
- expliquer et appliquer l'ordre des opérations sur des décimales, des fractions et des nombres entiers relatifs;
- démontrer sa compréhension des quatre opérations (+, -, ×, ÷) sur des fractions positives et sur des décimales négatives et positives (× et ÷ sur décimales limitées à des multiplicateurs à deux chiffres et des diviseurs à un chiffre);
- démontrer sa compréhension des quatre opérations sur des entiers relatifs;
- choisir les opérations appropriées pour résoudre des problèmes faisant intervenir des nombres rationnels (à l'exception des fractions négatives) et présentés dans des situations contextuelles;
- décrire des façons d'estimer les sommes, les différences, les produits et les quotients avec des fractions positives et des nombres décimaux;
- appliquer les propriétés que sont la commutativité, l'associativité et la distributivité et exécuter des opérations dans l'ordre pour évaluer une expression mathématique;
- démontrer sa compréhension des pourcentages supérieurs ou égaux à 0 %;
- démontrer sa compréhension des relations proportionnelles à l'aide d'un pourcentage, d'un rapport ou d'un taux;
- utiliser les rapports et la proportionnalité pour résoudre des problèmes à l'aide de pourcentages tirés de contextes de la vie réelle comme les réductions de prix, les taux d'intérêt, les taxes, les pourboires et l'augmentation ou la diminution de pourcentages;
- reconnaître une relation proportionnelle dans un contexte, une table de valeurs et un graphique et l'utiliser pour résoudre des problèmes contextuels;
- résoudre des problèmes à l'aide du raisonnement proportionnel dans les différents sous-domaines, soit les nombres et les opérations, la géométrie et les probabilités.

Géométrie et mesure

L'élève démontre qu'elle ou il peut faire ce qui suit :

- comparer et catégoriser des polygones à deux dimensions à l'aide du vocabulaire géométrique approprié et de propriétés comme la symétrie linéaire, les angles et les côtés;
- appliquer les relations entre droites sécantes, parallèles et transversales et la somme des angles d'un triangle pour résoudre des problèmes comme la mesure d'un angle;
- démontrer sa compréhension de la congruence de polygones;
- dessiner et décrire l'image résultant d'une série de translations, rotations et/ou réflexions d'une forme à deux dimensions (mais non sur le plan des coordonnées);
- reconnaître et situer des points dans les quatre quadrants d'un plan cartésien à l'aide de paires ordonnées composées de nombres entiers;
- démontrer sa compréhension des relations entre le rayon, le diamètre et la circonférence d'un cercle et les appliquer à la résolution de problèmes;
- mesurer la circonférence et la superficie d'un cercle et appliquer ces opérations à la résolution de problèmes contextuels;
- calculer le périmètre et la superficie de triangles, rectangles et parallélogrammes et appliquer ces opérations à la résolution de problèmes contextuels;
- calculer la superficie de prismes droits et de pyramides, et appliquer ces opérations à la résolution de problèmes contextuels;
- reconnaître, utiliser et convertir les unités du système international d'unités pour mesurer, estimer et résoudre des problèmes de longueur et de superficie.

Régularités et relations

L'élève démontre qu'elle ou il peut faire ce qui suit :

- représenter des régularités et des relations linéaires en utilisant des mots, des dessins, des tableaux, des graphiques, des expressions algébriques ou des équations;
- représenter des régularités et des relations linéaires en utilisant des mots, des dessins, des tableaux, des graphiques, des expressions algébriques ou des équations;
- utiliser différentes représentations de régularités ou de relations linéaires pour faire des généralisations, déterminer des valeurs inconnues et résoudre des problèmes;
- démontrer sa compréhension du sens et des applications diverses des variables comme paramètres substituables, dans des règles ou des formules, comme quantité changeante et comme variables dépendantes et indépendantes;
- traduire des énoncés décrivant des relations mathématiques en une ou plusieurs expressions algébriques ou équations dans une gamme de contextes;
- évaluer des expressions algébriques pour une valeur donnée de la variable parmi l'ensemble des nombres rationnels (à l'exception des fractions négatives);
- montrer l'équivalence entre deux expressions ou plus à l'aide de propriétés comme la commutativité, l'associativité et la distributivité, et l'ordre des opérations;

- montrer l'équivalence de deux équations à l'aide des propriétés que sont l'égalité, l'ordre des opérations, la commutativité, l'associativité et la distributivité;
- faire la distinction entre expressions algébriques et équations algébriques;
- résoudre des équations linéaires à l'aide de la méthode la plus appropriée (concrètement, par inspection, par essais et erreurs et algébriquement) faisant intervenir un terme à une variable pour trouver des solutions entières, et vérifier les solutions;
- employer des équations linéaires pour résoudre des problèmes faisant intervenir des proportions et des mesures (superficie, périmètre, angles de valeur inconnue dans un polygone).

Gestion des données et probabilités

L'élève démontre qu'elle ou il peut faire ce qui suit :

recueillir des données :

- formuler des questions en vue d'une investigation;
- choisir, justifier et appliquer la méthode appropriée pour recueillir des données (données primaires et secondaires, nominales, discrètes et continues; échantillonnage);
- évaluer diverses questions comme l'échantillonnage, biaisé et non biaisé, relativement à la validité d'une inférence;

organiser et présenter des données :

- organiser des données en intervalles;
- choisir, appliquer et justifier la représentation appropriée de relations entre les données recueillies (y compris le cercle, la droite et le graphique en barres);

analyser des données :

- faire des déductions et formuler des arguments convaincants relativement à un problème en interprétant et en analysant les diagrammes, les tableaux et les graphiques utilisés pour présenter des informations données ou des données recueillies;
- évaluer les interprétations faites de données présentées en graphiques, en tableaux et en diagrammes;

comprendre les mesures des tendances centrales :

- décrire un ensemble de données et résoudre des problèmes à l'aide de la moyenne et de l'étendue;
- comparer différentes populations à l'aide de la moyenne et de l'étendue;
- déterminer les effets des variations dans les données sur les mesures des tendances centrales (aberration, écarts, regroupements);

comprendre les concepts de probabilités :

- reconnaître tous les résultats possibles de deux événements indépendants à l'aide d'un schéma en arbre, d'un modèle de surface, d'un tableau ou d'une liste;
- déterminer la probabilité d'un ou de deux événements indépendants et la décrire à l'aide de fractions, de décimales ou de pourcentages;
- appliquer la probabilité d'un ou de deux événements indépendants pour faire des prédictions relatives à une population;
- comparer des probabilités théoriques et expérimentales d'un événement unique ou de deux événements indépendants dans des contextes appropriés.

Les processus : résolution de problèmes, raisonnement et preuve, communication, établissement de liens et représentation éclairent la façon d'acquérir et d'utiliser les contenus décrits ci-dessus.

Résolution de problèmes

L'élève démontre qu'elle ou il peut faire ce qui suit :

- résoudre des problèmes à plusieurs étapes présentés dans un contexte qui demande l'application et l'établissement de liens entre concepts, méthodes et processus mathématiques;
- résoudre des problèmes à plusieurs étapes présentés dans un contexte qui prouve sa compréhension et implique l'établissement et la réalisation d'un plan, ainsi que l'évaluation du caractère raisonnable de la solution;
- expliquer le processus utilisé pour résoudre un problème et vérifier si la solution est raisonnable en utilisant nombres, mots, illustrations, images/diagrammes, symboles et équations;
- appliquer une gamme de méthodes de résolution de problèmes, par exemple illustrer ou dessiner un diagramme, chercher une régularité, deviner, faire des essais, faire un tableau, travailler un problème plus simple ou travailler à rebours.

Raisonnement et preuve

L'élève démontre qu'elle ou il peut faire ce qui suit :

- analyser un problème, formuler et évaluer des hypothèses, justifier des conclusions, planifier et établir un argument mathématique organisé en appliquant le raisonnement logique (inductif et déductif) et appliquer ses connaissances mathématiques;
- formuler des généralisations à partir de régularités et de relations par raisonnement logique et les mettre à l'épreuve;
- utiliser des contre-exemples pour évaluer des hypothèses;
- évaluer des arguments mathématiques;
- choisir et utiliser à bon escient divers types de raisonnement (algébrique, géométrique, proportionnel, probabiliste, statistique, quantitatif) pour résoudre des problèmes présentés en contexte.

Communication

L'élève démontre qu'elle ou il peut faire ce qui suit :

- communiquer des idées et des solutions mathématiques, de manière claire et précise à l'aide d'un langage mathématique et courant approprié, des unités de mesure et d'une gamme de représentations (écrites, graphiques, numériques, algébriques);
- formuler des arguments clairs et complets à l'aide d'une gamme de représentations (écrites, graphiques, numériques, algébriques) pour justifier des hypothèses et la solution d'un problème;
- utiliser correctement le langage symbolique des mathématiques.

Établissement de liens

L'élève démontre qu'elle ou il peut faire ce qui suit :

- reconnaître des concepts et des méthodes mathématiques et établir des liens entre ceux-ci et des contextes autres que mathématiques comme d'autres disciplines scolaires, sa vie personnelle, l'actualité, les sports, la technologie, les arts et la culture, les médias;
- établir des liens entre différentes représentations (écrites, graphiques, numériques et algébriques) d'idées mathématiques.

Représentation

L'élève démontre qu'elle ou il peut faire ce qui suit :

- créer et utiliser diverses représentations (écrites, graphiques, numériques et algébriques) pour organiser, consigner et communiquer des idées mathématiques;
- établir des liens entre différentes représentations mathématiques, les comparer et les traduire;
- choisir et appliquer les représentations appropriées pour résoudre des problèmes.

Catégories cognitives

Les attentes d'ordre cognitif ont été déterminées en fonction du raisonnement attendu de l'élève pour répondre correctement à un item, ce qui renvoie à la complexité des processus mentaux qui doivent être mis en œuvre pour répondre à une question, exécuter une tâche ou générer une solution. Les attentes d'ordre cognitif sont présentées selon trois niveaux : faible, moyen et élevé.

Niveau cognitif I (faible)

L'élève peut :

- se rappeler une information (faits, processus, définitions);
- identifier des propriétés;
- reconnaître une représentation équivalente;
- réaliser un processus précis ou de routine;
- résoudre un problème à une étape;
- extraire des renseignements d'un tableau ou d'un graphique;
- identifier un nombre ou une forme géométrique simple;
- tracer ou mesurer des figures géométriques simples;
- reconnaître un exemple de concept;
- calculer une somme/différence/produit/quotient;
- exécuter des conversions entre différentes représentations d'un nombre (fraction, décimale, pourcentage).

Niveau cognitif II (moyen)

L'élève peut :

- appliquer des propriétés pour évaluer une expression, déterminer une mesure ou résoudre un problème;
- représenter une situation de manière mathématique de plus d'une façon;
- choisir, appliquer et interpréter différentes représentations en fonction de la situation;
- résoudre un problème contextuel faisant intervenir plus d'un concept ou d'un processus mathématique;
- extraire des renseignements d'un graphique, d'un tableau, de figures géométriques et utiliser ces renseignements pour résoudre un problème à plusieurs étapes;
- développer une régularité numérique ou géométrique;
- formuler un problème de routine en fonction des données et des conditions;
- comparer des figures géométriques ou des énoncés;
- comparer deux ensembles de données à l'aide de la moyenne et de l'étendue de chaque ensemble;
- organiser un ensemble de données et construire une représentation appropriée;
- interpréter un argument simple;
- justifier la solution à un problème qui n'a qu'une solution.

Niveau cognitif III (élevé)

L'élève peut :

- analyser les propriétés;
- décrire comment différentes représentations peuvent être utilisées pour atteindre différents objectifs;
- effectuer des procédures à plusieurs étapes et points de décisions;

- résoudre un problème non familier;
- généraliser une régularité et écrire la règle sous forme algébrique;
- formuler un problème original selon une situation donnée;
- analyser un argument déductif;
- justifier l'une des multiples solutions d'un problème;
- analyser des similitudes et des différences entre des processus et des concepts;
- décrire, comparer et mettre en contraste des méthodes menant à une solution;
- interpréter les données présentées de diverses façons;
- formuler un modèle mathématique pour une situation complexe;
- analyser les hypothèses d'un modèle mathématique.

Spécifications de l'évaluation

Répartition des types d'items

Environ 30 p. 100 des questions de tous les cahiers sont des items à réponse choisie, et environ 70 p. 100 sont des items à réponse construite.

Sous-domaines

Le tableau ci-dessous indique en pourcentage la répartition des items par sous-domaine.

Tableau 1 – Répartition des items par sous-domaine

Sous-domaine	Répartition (%)
Nombres et opérations	36
Géométrie et mesure	28
Régularités et relations	13
Gestion des données et probabilités	23

Niveau cognitif

Le tableau ci-dessous indique la répartition en pourcentage des items par niveau cognitif.

Tableau 2 – Répartition des items par niveau cognitif

Niveau	Catégories du niveau cognitif	Répartition (%)
I	Niveau cognitif faible	20
II	Niveau cognitif moyen	60
III	Niveau cognitif élevé	20

Présentation des résultats de l'évaluation en mathématiques

Pour que le PPCE atteigne l'objectif escompté, il faut élaborer des échelles numériques du rendement des élèves. Il s'agit d'une activité itérative, qui tire parti de l'expérience acquise lors d'évaluations antérieures en mathématiques et est éclairée par la recherche sur le développement cognitif des mathématiques. Les échelles de notation doivent être continuellement revues en fonction des données accumulées grâce à l'évaluation en mathématiques du PPCE.

Lorsque les mathématiques seront le domaine principal de l'évaluation du PPCE, les résultats seront présentés en fonction d'échelles numériques pour chacun des quatre sous-domaines, pour lesquels la moyenne pancanadienne sera fixée à 500 points et l'écart-type à 100 points, à l'instar de l'échelle numérique utilisée par l'OCDE pour les

évaluations du PISA. Le rapport fera état des scores d'échelle moyens ainsi que des niveaux de rendement obtenus, au moyen d'une échelle de rendement. Quand les mathématiques seront un domaine secondaire du PPCE, le rendement des élèves sera présenté sous forme de scores d'échelle moyens seulement.

Présentation sur des échelles de rendement

Les niveaux de rendement montrent comment le rendement en mathématiques se compare au niveau attendu au regard de deux facteurs : le niveau cognitif et le degré de difficulté de l'item. Le niveau cognitif est le niveau de raisonnement que l'élève doit maîtriser pour répondre correctement à un item; il va de faible à élevé. Quant au degré de difficulté, il est déterminé de manière statistique, selon le rendement collectif des élèves à l'évaluation. Pour ce faire, on détermine la « note de passage » pour chaque niveau. Avant le test, le groupe de travail élabore les descripteurs de chaque niveau de rendement et, après le test, un groupe formé d'enseignantes et d'enseignants représentant chaque instance établit la « note de passage » pour chaque niveau dans le cadre d'un exercice d'établissement des normes.

Le document *PPCE de 2010 : Rapport de l'évaluation pancanadienne en mathématiques, en sciences et en lecture* (CMEC, 2011, p. 19-20) présente une description des quatre niveaux de rendement ainsi que des exemples de questions.

Analyse secondaire

Les données sur le rendement générées par le PPCE combinées à l'information contextuelle recueillie au moyen des questionnaires des élèves, du personnel enseignant et des directions d'écoles constituent une ressource riche pour l'analyse secondaire. Celle-ci est une analyse des données qui va au-delà de la création de scores moyens et de niveaux de rendement et explore les relations entre le rendement des élèves et les autres facteurs qui ont une incidence sur leurs apprentissages, comme les facteurs socioéconomiques ou les styles d'apprentissage. Ce type d'analyse permet de cerner des erreurs et méprises fréquentes et peut-être même leur source. Un exemple d'analyse secondaire utilisant les données de TEIMS de la troisième étude internationale (Office de la qualité et de la responsabilité en éducation, 1999) est présenté ci-dessous.

SUJET 4 : SOMME ET PRODUIT DES VARIABLES AVEC DES COEFFICIENTS PRINCIPAUX DE 1
8^e ANNÉE : RÉGULARITÉS ET ALGÈBRE

Méprise ou erreur

- Plus de 35 p. 100 des élèves ont pensé que la somme de $m + m + m + m$ était m^4 , plutôt que $4m$. Ils ont confondu la somme et le produit des variables et la relation de ces dernières avec l'exposant.

Suggestions d'amélioration

- Utiliser des tuiles algébriques.
- Revoir l'utilisation des exposants.
- Montrer les différences entre $3x$ et x^3 ; $5x$ et x^5 ; $(2x)^3$ et $6x$.

Question de TEIMS

Si m représente un nombre positif, laquelle des opérations suivantes équivaut à $m + m + m + m$?

- A. $m + 4$
- B. $4m$
- C. m^4
- D. $4(m + 1)$

Résultat

- 49 p. 100 des élèves ont choisi la bonne réponse (B).
- Plus de 35 p. 100 des élèves ont choisi la réponse C.

Glossaire

Analyse secondaire (*Secondary analysis*) : Analyse des données qui va au-delà de la création des niveaux de rendement et qui explore les relations entre le rendement des élèves et d'autres facteurs tirés des questionnaires contextuels pour cerner des erreurs ou des méprises fréquentes.

Choix de réponse (*Response choices*) : Dans un item ou une question à choix multiple, propositions que l'élève peut choisir pour compléter l'amorce.

Codification à double chiffre (*Double-digit coding*) : Codification qui utilise deux chiffres – les codes du premier chiffre correspondent à la bonne réponse et les codes du deuxième chiffre correspondent à la stratégie utilisée par l'élève pour résoudre le problème.

Domaine (*Domain*) : Discipline ou champ d'études.

Échelle de notation (*Reporting scale*) : Ensemble des valeurs assignées au rendement des élèves pour l'évaluation de sous-domaines (nombres et opérations, géométrie et mesure, régularités et relations, gestion des données et probabilité) et de processus (résolution de problèmes, communication, représentation, raisonnement et preuve, et établissement de liens) pouvant servir à résumer le rendement en mathématiques.

Évaluation (*Assessment*) : Mesure systématique employée pour obtenir de l'information en vue de quantifier le rendement de l'élève.

Item ou question à choix multiple (*Multiple-choice item*) : Type d'item ou de question à choix de réponse qui est composé d'une amorce suivie d'une liste de réponses parmi lesquelles se trouvent la bonne ou la meilleure réponse et plusieurs leurres.

Item ou question à réponse choisie (*Selected-response item*) : Forme de demande assortie de plusieurs réponses, parmi lesquelles l'élève choisit la bonne ou la meilleure.

Item ou question à réponse construite (*Constructed-response item*) : Item ou question appelant une réponse écrite.

Item ou question (*Item*) : Forme de demande appelant une réponse.

Leurre (*Distractor*) : Propositions autres que la bonne réponse qui peuvent être choisies pour compléter l'amorce d'une question à choix multiple.

Mise à l'essai (*Field trial*) : Évaluation initiale à l'égard de nouveaux items et de nouvelles questions et méthodes visant à évaluer et, éventuellement, modifier les items, questions et méthodes en vue d'applications ultérieures.

Mise en situation (*Context*) : Thème approprié au niveau de développement des élèves de 8^e année du Canada et conférant une certaine signification à la série d'items ou de questions qui composent une unité d'évaluation.

Notation (Scoring) : Attribution de chiffres représentant le rendement des élèves dans le cadre d'une évaluation.

Objectif (Goal) : Intention générale exprimée en fonction des connaissances et habiletés que doit démontrer une personne qui apprend.

PISA 2003 : Programme international pour le suivi des acquis des élèves (PISA) de 2003, dont les mathématiques étaient le domaine principal.

PPCE Mathématiques (PCAP Mathematics) : Évaluation en mathématiques des élèves de 8^e année du Canada, menée dans le cadre du Programme pancanadien d'évaluation (PPCE).

PPCE (PCAP) : Programme pancanadien d'évaluation portant sur trois domaines : la lecture, les mathématiques et les sciences. Les résultats des évaluations portant sur les domaines principaux sont publiés au niveau du domaine (note globale) et du sous-domaine. Les résultats d'évaluation de domaines secondaires ne sont publiés qu'au niveau du domaine.

Programme d'études (Curriculum) : Ensemble des documents élaborés par les instances canadiennes pour décrire un programme d'études.

Question d'évaluation (Assessment item) : Forme de demande appelant une réponse et utilisée pour mesurer les acquis des élèves.

Sous-domaine (Subdomain) : Élément d'un domaine.

Tableau de spécifications (Table of specifications) : Guide d'une évaluation indiquant l'importance relative qu'il faut accorder à la mesure de la compréhension qu'a l'élève de divers domaines d'apprentissage.

Unité d'évaluation (Assessment unit) : Mise en situation appropriée à un certain niveau de développement, qui établit le thème sur lequel porteront spécifiquement les items qui suivent.

Validité (Validity) : Degré de conformité entre ce qu'une mesure est censée mesurer, d'une part, et l'adéquation et la précision des inférences et des actions faites sur la base de ces mesures, d'autre part.

Références

CONCISE OXFORD DICTIONARY OF CURRENT ENGLISH (1990). Oxford, Clarendon Press, 8^e édition.

CONSEIL DES MINISTRES DE L'ÉDUCATION (CANADA) [CMEC] (2011). *PPCE de 2010 : Rapport de l'évaluation pancanadienne en mathématiques, en sciences et en lecture*, Toronto, le CMEC.

CONSEIL DES MINISTRES DE L'ÉDUCATION, CANADA (CANADA) [CMEC] (2005). *Étude documentaire des programmes d'études des mathématiques et des cadres d'évaluation*, Toronto, CMEC, Inédit.

CONSEIL DES MINISTRES DE L'ÉDUCATION, CANADA (CANADA) [CMEC] (2002). *Programme d'indicateurs de rendement scolaire (PIRS) – Mathématiques III, 2001*, Toronto, CMEC.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DE L'ONTARIO [MEO] (2004). *La numératie en tête de la 7^e à la 12^e année, Rapport du Groupe d'experts pour la réussite des élèves*, Toronto, MEO.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (2000). *Principles and standards for school mathematics*, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (2006). *Curriculum focal points for prekindergarten through grade 8 mathematics*, Reston, VA, National Council of Teachers of Mathematics.

NATIONAL RESEARCH COUNCIL (1989). *Everybody counts – A report to the nation on the future of mathematics education*, Washington, DC, National Academy Press.

ORGANISATION DE COOPÉRATION ET DE DÉVELOPPEMENT ÉCONOMIQUES (OCDE) (2003). *Cadre d'évaluation de PISA 2003 – Connaissances et compétences en mathématiques, lecture, science et résolution de problèmes*, Paris, OCDE.

OFFICE DE LA QUALITÉ ET DE LA RESPONSABILITÉ EN ÉDUCATION (OQRE) (1999). *Pour un enseignement efficace des mathématiques et des sciences : mathématiques et sciences en 8^e année*, Toronto, OQRE.

THE FREE DICTIONARY. Consulté à www.thefreedictionary.com/mathematics.

VAN DE WALLE, J.A. (2004). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally*, 5^e édition, Boston, MA, Pearson Education Inc.